應用數學·數學應用 小學數學科「切」「計」課堂與學生計算思維能力的結合

Applied Mathematics and Mathematics Applications: Integrating Computational Thinking

into Primary School Mathematics Lesson Design-Cross Sections of Solids

曾詠珊^{1*}, 温曉燕² ^{1,2} 中華基督教會協和小學 felixtsang@heepwoh.edu.hk

【摘要】 研究旨在探究九龍一所小學進行小學數學科小五「切」「計」課堂,學習立體的截面與學生計監思維能力結合的學與教成效,對學校、教師及學生帶來什麼果效及得著。在是次初步觀察所得,學生能從「切」「計」課堂學習中掌握到思考模式及方法,並能將之運用於其他學習活動內。通過動手實踐,學生能在各種情境中發現問題與解難的方法,應用已學到的經驗和知識來解難,最終培養出學生創新思維和計算思維能力。是次活動進行成功,為筆者學校日後進行與STEAM結合的課堂學習活動奠下良好基礎。

【关键词】 元認知: 運算思維: 合作學習: STEAM: 動手動口

Abstract: The study aims to explore the effectiveness of teaching and learning in a primary mathematics class for fifth graders at a primary school in Kowloon, focusing on the integration of solid cross-sections and students' computational thinking abilities. It examines the impact on the school, teachers, and students. Preliminary observations suggest that students can grasp thinking patterns and methods from the "cut" and "measure" lessons, which they can apply to other learning activities. Through hands-on practice, students are able to identify problems and solutions in various contexts, utilizing their acquired experiences and knowledge to solve challenges. Ultimately, this fosters students' innovative thinking and computational skills. The successful execution of this activity lays a solid foundation for the author's school to engage in future classroom learning activities that integrate STEAM.

Keywords: Metacognition; Computational thinking; Collaborative learning.; STEAM; Hands-on learning

1. 前言

「數學學習是一個從具體到抽象、從歸納到演繹的過程」(黃毅英, 2003)。「運算思維是每個人於數碼世界中,具有解難、創新及批判思考的基礎能力」(Brenan & Resnick, 2012; Kong, 2016)。學生是教學活動中的主體,一切富有成效的教學都離不開學生積極主動地參與。教學活動又是師生雙方互動的過程。學生積極地參與可以激發教師的教學熱情,進而提高教學效果和教學質量。(北京師範大學錢志亮教授, 2000)。當今世界科技進步日新月異,網路新媒體迅速普及。人們生活、學習、工作方式不斷改變,兒童青少年成長環境深刻變化,人才培養面臨新挑戰。香港教育局在 207 年發布的《推動 STEM 教育發揮創意潛能》課程文件中,建議小學引入 STEM 教育,以培養學生的計算思維能力。本校運算思維課堂學習活動,強調學生以「To Play, To Think, To Code, To Learn」模式進行學習。整項解運算思維的學習活動,與學概念學習活動流程近乎一樣。兩者之間學習模式、態度和方法,不斷遷移和互相補足(《2022 版數學新課程標準》)引入內地教學方法—動手動口學數學,配以學校元認知—發聲思維學習數學,學生的掌握度有否提升?以 STEAM 學習形式進行活動,教師能否就學生的情況作出相應的解說?同時又能否把要教授的學習內容讓學生從活動中領略過來?當傳統的動口動手學數學和創新的 STEAM 學習發生關聯和碰撞,能否全面促進學生數學核心素養的形成、令學生計算思維能力進一步推升?

2. 研究學校背景及動機

是次研究的學校已有百一年多的歷史,早在一九九八年已成立課程發展組,全校各科皆須結合元認知策略於教學中,讓學生能自我檢視認知過程及監控成效,從而有效提升學習效能。近八年本校積極發展及引入運算思維課程於數學科及創新科技科中。於去年數學科參與內地教師交流計劃,當中的動手動口教學策略,再次喚醒於本校行之已久的發聲思維教學方法。遂學校以「小學數學科」為試點,當中透過觀察、體驗、創作等活動,從中窺視學生的反應及感受,以為學校續辦「生動」課堂與STEAM結合的」作可持續發展的參考。

3. 名詞介定

3.1. 「思考方法 /

教父 Edward de Bono (1996) 指出一個人或一群人只要跟隨着某些步驟或形式去思考,便能解決很多從前百思不得其解的問題。

3.2. 學習方法 (腦的結構)

陳惠良(2006)指出學生在活躍、多變化、有新鮮感、有意義、願意參與、即時反饋及足夠時間讓大腦結構改變的環境下,腦內的神經細胞(neuron)會增加,而神經細胞的軸突(axon)會變粗及伸長,神經細胞與細胞接點(synapse)會增多,令支持反應思想網絡增大。

3.3. 後設認知美國兒童心理學家弗拉維爾 (1976) 認為:

後設認知是指一個人對自己認知的歷程、產品、或任何與此歷程、產品有關事物的知識。

3.4. Jeannette M. Wing (2006) 認為:

計算思維是利用電腦科學的基本概念來解決問題、設計系統,並理解人類行為的過程。

4. 文獻探討

4.1. 與後設認知的相關理論

張春興(1991)認為:後設認知是對認知之認知,對思考之思考,即比原來所認知者高出 一層的認知。

Mayer (1987) 認為:後設認知是指一個人對自己認知歷程的知識和覺察。

Swartz 及 Perkins (1992) 認為 cognition 是個體的內在認知活動,又名"Knowledge of knowledge", "Learning of learning", 是一種個人控制及引導心智歷程的現象。利用這種現象,我們可以用之於學習策略中,讓學生瞭解到自己的思想模式之同時,透過控制自己的思想模式,從而達至效果的學習方法。總括而言,就是對自己的認知過程(包括:記憶、perception、計算、聯想等各項)的思考。

Costa (1984)、Wittrock (1986)、鍾聖校 (1992) 也為後設認知作了詮釋,綜合言之,後設認知是一種個人反省自我認知過程、成果和自我調適的能力,也即是個人對自己認知歷程的認知。簡單的說,是知道自己在做什麼,為什麼要這樣做的相關知識;具體的說,就是經由認知思維從事求知活動時,自己既能明確了解他所學知識的性質與內容,而且也能了解如何進一步支配知識,以解決問題。

4.2. 計算思維的重要性及與教育的結合:

Jeannette M. Wing (2006) 認為計算思維的重要性在於它能夠幫助學生發展邏輯推理、問題分解、抽象化、模式識別和算法設計等能力。這些能力不僅對學習數學和科學有幫助,也能應用於日常生活中的問題解決。

Selby 和 Woollard 提出,計算思維應融入中小學教育中,特別是數學和科學課程。他們認為,計算思維能夠提升學生的邏輯思維能力,並幫助他們更好地理解複雜問題。

從不同著作中,達至成功的數學課堂,精要點是從學生的利益為中心,給予學生適當的 自主權,容許學生撰寫不同內容的數學日誌,並給予適當的學習認可,讓學生間進行分組, 互相提問、指導或評鑑。以提升學生學習動機及自信,最終成功構建數學的概念和能力。

5. 小五「切」「計」課堂與運計算思維能力的結合

在現代教育中,計算思維(Computational Thinking)被視為一種重要的核心能力,能夠幫助學生發展邏輯推理、問題分解、抽象化、模式識別和算法設計等能力。這些能力不僅適用於電腦科學領域,也能應用於數學、科學及日常生活中的問題解決。本文以「切水果 à 電腦進畫切立體,學習立體的截面」數學課為例,探討如何將計算思維能力融入小學數學教學中,並分析其對學生學習成效的影響。

5.1. 教學實踐過程

本校以不同能力學生分班,是次教學過程公成 2 組(高/低)能力學生進行。整級小五未進行學習課堂前,先給學生完成 8 題前測,以估算學生未能掌握的內容。。按學生前測結果,設計教案及簡報,當中發現學生在橫切的截面及球體的截面形狀表現較差,繼而在進行學習各立體的截面前,先讓學生自備一件水果回校進行切割。課堂上學生以 4 人一組,分別進行縱切及橫切水果,切割的結果即時上載至分享平台(padlet) https://hwps.padlet.org/

hwpsMATHS/5s-85dhz34y9179ppky) Hattie (2009) 的研究表明,實時分享成果能夠顯著提升學習成效,因為它讓學習過程變得「可見」,學生能夠清楚地了解自己的進步與不足。學生自備一個水果切割,同時可以收獲全班 34 個不同的水果結果切割。學生通過與他人互動和分享成果來建構知識。實時分享成果能夠促進學生之間的對話與反思,從而加深對知識的理解。期間,老師作出適切的提問及引導,學生實時分享成果期間,老師能夠提供即時反饋,幫助學生及時調整所學。完成切割後,讓學生各自品嘗其成果,令學生學習滿足感提高。此多感官學習,讓學生學生通過多種感官(視覺、觸覺、味覺等)參與學習時,學習成效會顯著提升。讓學生切割水果並食用,能夠結合視覺(觀察形狀)、觸覺(切割操作)和味覺(品嚐水果),從而加深對幾何截面概念的理解。食用水果的愉悅感能夠與學習內容建立正向的情感連結,提升學習動機。學生在食用水果的過程中,同時對切割的過程進行反思,並將所學知識應用到立體圖形中。

5.2. 計算思維的核心元素與數學教學的結合

5.2.1. 計算思維的核心元素包括:

問題分解(Decomposition):將複雜問題拆解成小部分。

模式識別(Pattern Recognition):發現問題中的規律。

抽象化(Abstraction):忽略不必要的細節,專注於關鍵問題。

算法設計(Algorithm Design):設計解決問題的步驟。

5.2.2. 在「切水果課堂學截面」課程中, 這些元素可以自然地融入教學設計:

問題分解: 學生需要把自己帶來的水果(如橙、士多啤梨等)的截面問題分解為不同方向的 切割(橫切、縱切)。

模式識別:學生通過觀察不同水果的截面,識別出截面形狀與立體圖形之間的規律(如立體的圖形的截面的形狀與該立體的底的關係)。

抽象化: 學生忽略物體的具體材質或顏色, 專注於其幾何形狀和截面特性。

算法設計: 學生設計步驟來預測或繪製不同立體圖形的截面形狀。

5.2.3. 教學設計中的計算思維實踐:

透過「具體-實踐-抽象」模式,讓學生先由日常生活引入、發問及測試,引導學生進行問題分解和模式識別。在切完水果後,讓學生把學習經歷及發現,引伸及遷移至各立體圖形上。老師先展示實物模型(如圓柱形罐子、角錐形紙模型等),讓學生猜測這些物體的截面形狀。繼而讓學生透過網上各立體圖形模型讓小組學生自行瀏覽及測試,通過小組討論和繪製截面圖來找出各立體圖形的截面,並把有關發現展示於工作紙上。學生透過實體操作,再運用工作紙與抽象幾合截面結合。教學過程中,學生需要討論及把思維過程記錄於堂課簿或工作紙內。同時,透過老師抽問及同學間分享成果,以檢視學生學習成效。整個課堂設計,讓學生能總結所學的知識,並通過趣味課業(如找出日常生活中的物體並畫出其截面)將所學知識應用到實際生活中。這一步驟進一步強化學生的抽象化和算法設計能力。

6. 教學過程中的數據和反饋

在教學過程中, 六班老師分別進行觀課、前測結果, 修正每堂的課案及教學過程。根據前測 (N=120, 8 題幾何截面選擇題, Cronbach's α=0.82), 40%學生無法正確識別球體橫/縱切面形狀; 後測中, 97%的學生達到滿分 (McNemar 檢驗, p<0.001)。進一步分析顯示, 低分組 (前測得分≤50%)進步尤為顯著 (均值提升 2.8 分, SD=0.6, 效應量 d=1.2)。學生反思日誌中提到: "切橙或蘋果時發現橫切總是圓形,讓我明白圓柱的截面形狀與切割方向有關。" 這表明具象經驗有效促進了幾何抽象化。然而, 三維空間感較弱的學生仍依賴實物操作, 未來需加入 3D 建模軟體輔助其想像。「切水果學截面」課堂為計算思維能力的培養提供了一個良好的實踐平台。通過將計算思維的核心元素融入教學設計,學生不僅能夠掌握幾何知識,還能發展出解決問題的關鍵能力。

根據教育局數學教育課程指引中指出「透過數學語言與人溝通,具備清晰及邏輯地表達意見的能力」;「於不同的級別安排多元化學習活動,例如動手操作的探究活動」。此乃本校進行「生動課堂—動手動口」的依據。在長達六年的小學數學學習中,讓學生有機會多說,多操作,多合作,多探索,讓學生動起來,動腦是基礎,還需要「動口+動手」,讓學"生"在課堂"動"起來。

本校運算思維課堂學習活動,強調學生以「To Play, To Think, To Code, To Learn」模式進行學習。整項解運算思維的學習活動,與數學概念學習活動流程近乎一樣。兩者之間學習模式、態度和方法,不斷遷移和互相補足。

設計動手動口活動,目的是保障學生的參與度,讓學生間動起來,不開著,同時鍛煉學生的表達力,學生在說的時候,思維也在同步跟進。保護學生的表達欲,令學生把「動口」變成習慣,即使升上高年級也不怯場,勇於表達和嘗試。而且也能提升學生的學習力,透過動口動手可加深對知識的理解和掌握。從此,學習數學課不再枯燥,激發出學生的學習與趣和動機。是次課堂於高能力學生作論文分析,整級老師透過錄影及實時觀課後,修訂及檢視高低能力的教學流程,以更有效分析教學及學習成效。

7. 反思及結語

各數學科任皆發現學生於課堂間以發聲思維、動口動手名及動手體驗學習方法進行活動, 科任更易查找出學生的對各數學概念掌握度及認知度。學生透過互相分享及檢視,從中得到 認同,提升學習自信,學習興趣也得以提升。科任同時觀察到學生於各課業的學習表現,尤 其是文字表述部分有顯著的進步,懂得利用已掌握的解難技巧,透過文字表述出來。

總括而言, 學生在各課堂學習中也在經驗學習的循環中不斷轉圈, 學生在體驗每一個活動

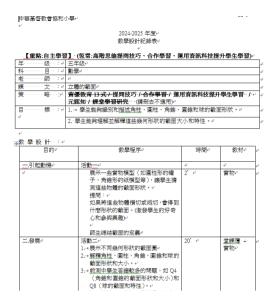
後都有反思、總結經驗和實踐應用,然後再進入新的經驗之中。而從學生的課業、堂上的學習表現中,甚或測考中可見學生能把思考、解難等的方法內化,然後應用出來。是次活動短期成效顯著,但長期影響需追蹤,本校會把活動拓展為校本課程序列(如從水果切割發展成3D列印模型設,以更系統化培養計算思維。

參考文獻

司。

- 周之良(2000)。學會學習的核心是學會思考、學會創新。北京:北京師範大學。
- 吳存明(2014)。小學數學教學問題與對策。北京:中國輕工業出版社。
- Scott G.. Paris & Linda R. Ayres / 著, 林心茹 / 譯 (2001)。培養反思力。台北: 遠流出版事業股份有限公司。
- 薛俊良著(2007)。系統思維。香港:匯智出版有限公司。
- Robert J. Sternberg & Louise Spear-Swerling 著,李弘善譯。思考教學。台北:遠流出版事業股份有限公司。
- 黃顯華、朱嘉穎(2005)。一個都不能少;個別差異的處理—"小學生在中文、英文、數學三科的學習動機與模式發展與研究"計畫的理論與實踐。上海:上海科技教育出版社 楊慶餘(2010)。小學數學課程與教學。北京:中國人民大學出版社。
- Robert J. Sternberg & Louise Spear-Swerling 著,李弘善譯。思考教學。台北:遠流出版事業股份有限公司。
- 黃顯華、朱嘉穎(2005)。一個都不能少; 個別差異的處理—"小學生在中文、英文、數學三科的學習動機與模式發展與研究"計畫的理論與實踐。上海: 上海科技教育出版社 楊慶餘(2010)。小學數學課程與教學。北京: 中國人民大學出版社。
- 陳啟明、游達裕著(2003)。學習多樂趣—提升學生自我學習能力的方法。香港: 匯智出版有
- 限公司。 林秀珍(2007), 杜威(J. Dewey) 教育哲學之詮釋。經驗與教育探微。台灣: 師大書苑有限公
- Wing, J. M. (2006). Computational Thinking. Communications of the ACM, 49(3), 33-35.
- Selby, C., & Woollard, J. (2013). Computational Thinking: The Developing Definition. University of Southampton.
- International Society for Technology in Education (ISTE). (2016). Computational Thinking for All

附錄一:



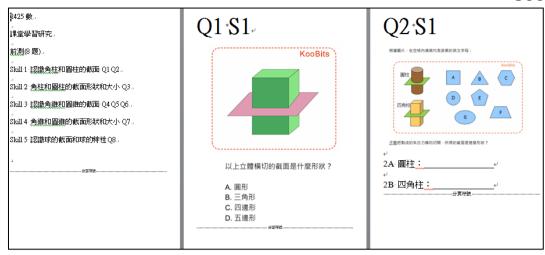
教案



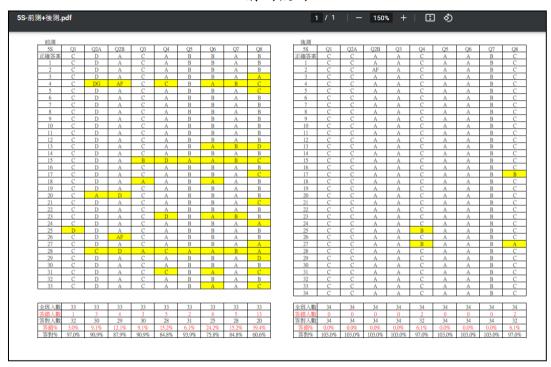
簡報



電子平台模擬切割



前測後測



前測後測結果

			金融 (横切) 维體·(横切	B 認識立體的報順 報體 (程切)。 韓聖以工元章の神で考定:			延伸學習(1)。 C 認識立體的截倒。 社體 (総切)。				
社體 (横切) → 機能 (横切) → 機能 (横切) → 機能 (高伸) → 機能 (高伸) 3 → 角性 (高角性)			7.→圓錐.	8+角錐(三角錐)、	9.→角錐(四角錐)。		13.4個柱。	14魚柱(三角柱)。	15角柱四角柱)。		
i	2→海红二角牡1。	3→西珠兴西珠/	10.~角維狂角鋒	11.~角錐(六角雞)、	12~角鎌(八角鎌)、						
4→魚抹(五魚抹)、	5.→角柱(六角柱)。	6.→島娃(八角柱)、					16角性压角性)	17角柱穴角柱)	18-魚焦(八角柱)。		
a				從角維和固維的不同位置模切,所得的數面形狀與它的相同。 模切的位置應應,數面愈。模切的位置應高,數面愈。.				總結 1.→柱軸的能切較而是什麽形狀?			
模切所得被固的形式具际立键的感题 模切所得被固的大小具际立键的感题 (一)互動經習 詩情鄉以下能述 第出相應的報题:			1個面錯模以	(二)互動練習 詩根據以下描述,茲出相應的虧面: 1.一個百濟模切,就面是什麼形狀? 2.一個九十九角薄模切,就面是什麼形狀?			2.一一個九十九角柱從切,較面是什麼形狀?				
	是什麽形狀?										

課堂工作紙













1.堂上學生自己切割自己帶備的水果 2.上載、討論、分析及匯報後,老師再以三 角柱、圓柱、四角柱的蛋糕切割,期間再 提問及討論

Padlet 學生作品

連結: https://hwps.padlet.org/hwpsMATHS/5s-85dhz34y9179ppky

GCCCE2025

